

陽子シンクロトロンの高周波加速

1. はじめに

茨城県東海村に建設された大強度陽子加速器施設J-PARC (Japan Proton Accelerator Research Complex) は文字通り日本のみならず世界を代表する陽子加速器施設 (Figure 10)である。加速器は400MeV陽子リニアック、3GeV Rapid cycling synchrotron (3GeV RCS) 及び (50GeV) Main Synchrotron (MR)で構成される。陽子リニアックとRCSは25Hzの早い繰り返しで運転され、RCSからの3GeV陽子ビームは、物質生命科学施設 (MLF) での中性子、中間子生成及び材料照射試験に利用される。また、その一部は、MRへ供給され、ハドロン実験施設とニュートリノ施設で利用するため、そのエネルギーは30GeVまで加速される。加速器の運転サイクルはハドロン実験施設とニュートリノ施設により異なり、現在、ハドロン実験施設へは 5.20秒で“遅い取り出し (SX) ”、ニュートリノ施設へは 2.48秒の繰り返しで“速い取り出し (FX) ”が行われ、大強度陽子ビームを供給している。

シンクロトロンの設計では当時“夢の100テラプロトン”と言われたパルス当たり 10^{14} pppの大強度陽子ビームをロス無く加速するために、Ytフリーラティス、ACライン非同期タイミングシステムや加速空洞システムにフェライト磁性体を用いた同調型空洞ではなく、金属磁性体を用いて高加速電場勾配を実現し、無同調化したことなど、いくつかの挑戦的なアイデアを取り入れた[1]。

3GeV RCSでは2015年秋の加速試験において設計ビームパワー1MWのビーム加速調整を完了した。一方、MRでは、取り出しエネルギーを50GeVから30GeVに下げたこともあり、設計ビームパワー740kWの実現をMRサイクルの段階的な短縮化で実現する戦略に方針転換して進めている。現在、MRサイクルは、設計値3.60秒から2.48秒にまで短縮し500kW運転を実現しているが、さらなるビームパワー増強のためには、MRサイクルを1.3秒にまで短縮を図らなければならない[2]。そのため、高繰り返し化に対応した主電磁石電源の置き換えとRFシステムの増強を進めている。

2. Longitudinal Equation of Motion

2.1 座標

シンクロトロンを周回するビームの運動を調べる[3]。まずここで座標系の定義をおこなう。

座標 s をビームの進行方向、ビームの位置座標 (x, y) は、それぞれ水平、垂直方向の座標を表し、進行方向を向いて右側、上方をそれぞれ水平、垂直方向の plus とする。又、reference orbit は、平均半径 R [m] の円軌道と考える。

2.2 荷電粒子の運動方程式

電磁場 E, B の中を速度 v で運動する荷電粒子 (電荷 e) は、

$$d\vec{p}/dt = e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (2.2.1)$$

の力を受ける。

ここで、energy gain dE/dt を得るために速度と力の内積を考える。

$$\frac{dE}{dt} = \vec{v} \cdot \frac{d\vec{p}}{dt} = e\vec{v} \cdot \vec{E} \quad (2.2.2)$$

ここで、電場 E_c は進行方向 (longitudinal: 縦方向) の電場と磁場の時間変化による起電力場 E_B の和で表される。

$$\vec{E} = \vec{E}_c + \vec{E}_B$$

第2項 Electromotive force E_B は Maxwell の式から

$$\text{rot } \vec{E}_B = -\partial \vec{B} / \partial t \quad (2.2.3)$$

で計算される。

2.3 高周波電場 E_c

ここでは荷電粒子 (ここでは主に陽子: p) の加速ギャップを通過する時を考える。ギャップ電圧 V [volt]、ギャップ間距離 g [m] とする。

$$V(t) = V_0 \cdot \sin(\omega t) \quad (2.3.1)$$

進行方向の電場 E_c が均一であるとする、粒子が加速ギャップを通過する時に得るエネルギー ΔE (eV) は、

$$\Delta E = \frac{eV_0}{g} \int_{-g/2}^{g/2} \sin(\omega t) ds \quad (2.3.2)$$

ここで、 s はリング進行方向の距離、 ω は加速高周波の角周波数である。

粒子は間隔 g (m) の加速ギャップを通過するのに有限の時間 $\Delta t (= t_2 - t_1)$ が掛かる。ビームの周回各周波数 ω_0 とすると $\omega t = \omega_0/v + const.$ であるからそれを式(2.3.2)に代入して、

$$\Delta E = eV_0 \cdot \sin(\omega t) \left[\frac{\sin(a/2)}{a/2} \right] \quad (2.3.3)$$

を得る、式中の a は、reference orbit の中心から加速ギャップ g を見る中心角を表す。

この式(2.3.3)左辺の括弧 [] で括った部分を transit time factor と呼び、ビームが加速空洞を通過する間に受ける実効的なエネルギーを示す係数である。陽子シンクロトロンの場合、加速空洞の長さは 2m 程度(加速ギャップの長さではない。一般に空洞は複数の加速ギャップで構成されている)、小型の KEK-PS Booster [4] の場合でも周長は 40m 程度であるから transit time factor > 0.995 になり、殆どの場合、1 と考えてよい。

したがって、粒子が加速ギャップを通過する時に得るエネルギー ΔE (eV) は、

$$\Delta E = eV_0 \cdot \sin(\omega t) \quad (2.3.4)$$

で表される。

2.4 加速周波数とハーモニック数

粒子が速度 v [m/s] で周長 C [m、 $= 2\pi R$ 、 R は平均半径] のシンクロトロン (リング) を周回しているとす。周回周期 T_0 [sec]、周回周波数 f_0 [Hz] は、

$$\text{周期 } T_0 = C/v = 1/f_0 \quad (2.4.1)$$

であらわされる。

荷電粒子がリング上の加速空洞を通過する度に発生する高周波電圧を感じる要にすればよいから、発生させる加速電場の周波数と周回周波数の間には、整数則が生じる。

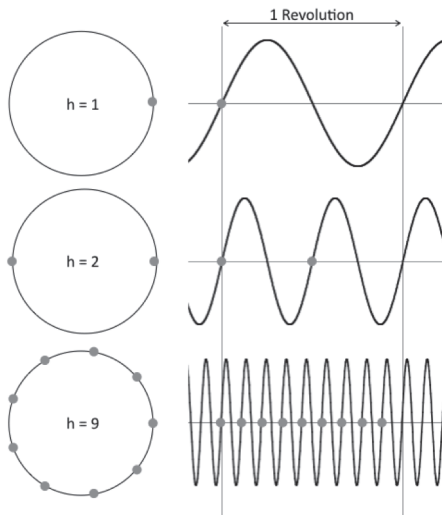


Figure 1: RF harmonics

$$f_{rf} = h \cdot f_0 \quad (2.4.2)$$

この整数 h を高周波のハーモニック数 (harmonics or harmonic number) と呼ぶ。

Figure 1 に示すようにハーモニック数の数だけ縦方向の運動を司る高周波位相が存在する。

ビームをより高いエネルギーまで加速するためにシンクロトロンをカスケードにすることがあらゆる点で効率的である。その場合、2つのシンクロトロン間でビーム受渡しが行われるが、縦方向位相空間(後述)のマッチングを考える必要がある。2つのリングの周長 C 、加速周波数 f_{rf} 、ハーモックス数 h とし、それぞれに2つのリングを区別するために添字をつける。ビーム受け渡し時のマッチングの条件として、周波数が等しいとすると、

$$\begin{aligned} \omega_{rf1} &= \omega_{rf2} \\ \rightarrow h_1 \cdot \omega_{01} &= h_2 \cdot \omega_{02} \\ \rightarrow h_1 \cdot v/C_{01} &= h_2 \cdot v/C_{02} \end{aligned}$$

ここでビームの速度 v は同じであるから、

$$\rightarrow h_1/C_{01} = h_2/C_{02}$$

したがって、それぞれのシンクロトロンの周長比はそれぞれのハーモニック数の比に等しくする必要ある。

シンクロトロン・リングのハーモックス数をいくりにするかは、ビーム利用者がどのような時間構造を持ったビームを実験上望まれているかが重要で、単純ではない。さらに、その上で、ハードウェア (空洞、高周波源、キッカーなど) が実現できるかの課題が残る。特に、100MeV 以下の陽子シンクロトロンでは、速さ v と高速 c の比、 $\beta = v/c < 1$ でエネルギーに応じて変化する。つまり、エネルギー (運動量) と共に加速周波数を変化させなければならない。加速周波数可変を実現するためのハードウェアの制限も高周波ハーモニック数の選択に影響を与えている。J-PARC の2つのシンクロトロンは、周長比が 1:4.5 であり、最終的にそれぞれのハーモニック数は、2及び9に選択された[1]。

2.5 加速に必要な電圧

荷電粒子の円形運動を司るのは偏向電磁石の磁場 B [T] とし、磁石の曲率半径 ρ [m] とすると運動量 p との間に、

$$p = -eB\rho \text{ or } 3.3p \left[\frac{\text{GeV}}{c} \right] = B\rho \quad (2.5.1)$$

の関係がある。ここで e は陽子加速を想定し、その素電荷とした。

また、式 (2.2.2) から

$$\frac{dp}{dt} = \frac{1}{\beta c} \frac{dE}{dt} \quad (2.5.2)$$

ここで、 $E = \gamma m_0 c^2$ は全エネルギーである、 m_0

陽子の静止質量、小文字 c は光速とする。
一方、式 (2.3.4) から粒子がリングを1周する間に得るエネルギーは、 $\Delta E = eV_0 \cdot \sin(\omega t)$ でその平均値は、

$$\frac{\Delta E}{\Delta T} = \frac{eV_0}{T_{rev}} \cdot \sin(\omega t) \quad (2.5.3)$$

従って、式 (2.4.1) と式 (2.5.2) から

$$V_0 \cdot \sin(\omega t) = 2\pi R \frac{d(B\rho)}{dt} \quad (2.5.4)$$

磁場の時間変化に必要な加速電圧を得る。 V_0 は粒子がリングを一周する間に受ける最大の加速電圧 [volt/turn] である。ここで、加速電圧が、リングの大きさと磁場の時間変化の最大値の積に比例し、決まることは大変重要である。必要な加速電圧を得るために加速空洞の台数を増やそうと思ってもスペースがなくて増やせない場合がある。リングを大きくして空洞の場所確保できれば良さそうだが、そのために加速電圧がさらに必要になることを忘れてはならない。

2.6 Synchronous 粒子

前節の式 (2.5.4) から磁場の時間変化量 dB/dt と最大加速電圧 V_0 [volt/turn] が決まれば、

$$\phi = \sin^{-1} \left(\frac{2\pi R}{eV_0} \rho \frac{dB}{dt} \right) \equiv \phi_s \quad (2.6.1)$$

式 2.6.1 で決まる高周波の位相にいる粒子は、毎回同じ位相に留まる。この位相を同期位相 **synchronous phase** といい、この同期条件を満たして運動する粒子を **synchronous particle** (粒子) 又は、**reference particle** と呼び、この粒子は常に高周波と同期している。

2.7 トランジションエネルギー: γ_t

シンクロナス粒子は加速器のデザイン通りに運動する粒子のことで、磁場の中心軌道を運動する。殆どの粒子はシンクロナス粒子の周りに異なる運動量を持って分布している。軌道を司る偏向電磁石が運動量分散を持つために、それらの軌道は中心軌道からずれる。

$$\frac{\delta C}{C} = \alpha_p \frac{dp}{p} \quad (2.7.1)$$

式 (2.7.1) に示すように、運動量のずれと軌道の長さのずれを表す量として **momentum compaction**: α_p が導入される。

$$\alpha_p = \int X_p(s) d\theta \quad (2.7.2)$$

$X_p(x)$ はラティスの分散関数、 α_p は分散関数のリング一周の積分量の中心軌道に対する割合で表される。

運動量と速度 v の間には、

$$p = mv = m_0 \gamma \beta c$$

$$\delta p = m_0 \beta c \delta \gamma + m_0 \gamma c \delta \beta$$

$$\delta p/p = \delta \gamma/\gamma + \delta \beta/\beta = 1/\beta^2 \cdot \delta \gamma/\gamma$$

$$\delta \beta/\beta = 1/\gamma^2 \cdot \delta p/p$$

なる関係があり、粒子の角速度 ω_r と運動量 p の間には、 $T = C/v$ を使って、

$$\delta \omega/\omega_0 = -\delta T/T_0 = -\delta C/C_0 + \delta v/v_0$$

$$\frac{\delta \omega}{\omega_0} = -\left(\alpha_p - \frac{1}{\gamma^2} \right) \cdot \frac{\delta p}{p} \quad (2.7.3)$$

を得る。ここで、括弧 () を **slippage factor** と呼び、

$$\eta = \left(\alpha_p - \frac{1}{\gamma^2} \right) \quad (2.7.4)$$

で定義する。

Slippage factor は、ビームのエネルギーが

$$\gamma = 1/\sqrt{\alpha_p} \quad (2.7.5)$$

でゼロになる。このときのエネルギーを遷移エネルギー (**transition energy**: γ_t) と呼ぶ。

ビームは $\gamma = \gamma_t$ でサイクロトロンのように等時性が保たれる。

加速領域に遷移エネルギーが存在するとビーム不安定性や加速のための位相制御のため、大強度加速器ではビーム損失が問題になる。そのため、最近の設計では、 γ_t を加速域から外したり、 α_p を負の値にする (**imaginary γ_t**) などの工夫がされた、**J-PARC** 大強度陽子加速器が稼働し始めた[4]。

2.8 位相安定性の原理

シンクロトロンで加速される粒子は、エネルギーにばらつきが有り、加速に必要な高周波に対する位相も一定ではない、つまり、2.6 で述べたシンクロナス粒子の周りに分布している。そこで、簡単のためにエネルギー、加速周波数を一定として、シンクロナス粒子の周りに粒子の運動を考える。リング軌道上の1カ所に高周波加速空洞があり、式(2.3.1)の加速電圧 $V(t)$

$$V(t) = V_0 \sin \omega t \quad (2.8.1)$$

が発生している。

まず、磁場が一定で加速がない時、シンクロナス粒子は、図中の a 点、又は b 点の高周波電圧のどちらかの zero クロスに留まる。

そこで、シンクロナス粒子 (a 又は b) と運動量の異なる粒子の運動を次に考える。Figure 2 の原点 a の高周波位相にある粒子で運動量がシンクロナス粒子より大きい粒子の運動を考える。

運動量の大きい粒子は、シンクロナス粒子より先に空胴に到達するため少しずつ減速され、いつしかシンクロナス粒子の運動量と等しくなるが、その時点でシンクロナス粒子との位相差は最大になる。さらに粒子は減速されるため、今度はシンクロナス粒子より遅く加速ギャップに到達することになり、シンクロナス粒子との位相差は逆に縮まっていく。このように、シンクロナス粒子と運動量が異なる粒子は、時間的にシンクロナス粒子の周りを行ったり来たりすることになる。

もう一つの点 (Figure 2 b 点) の粒子はどうなるであろうか? 今度は運動量の大きい粒子はさらに加速電圧を感じるため、より運動量がおおきくなる。運動量に小さい粒子は、周回する度により運動量が小さくなる。つまり、b 点付近のシンクロナス粒子から運動量を異にする粒子は、常に不安定な振る舞いをするようになる。Figure 2 に示した高周波位相上の数学的な 2 つの不動点の内、1 つは stable fixed point、もう一つが unstable fixed point と呼ばれる。高周波による加速では、運動量や位相の変化が安定になる条件存在し、このことをシンクロトロンに於ける位相安定性の原理として理解されている。

2.9 シンクロトロン運動の方程式

シンクロナス粒子と運動量及び加速空胴に到達したときの高周波位相が異なる粒子 (非同期粒子) の運動について少し詳しく見る。

非同期粒子のパラメータを以下に定義する。

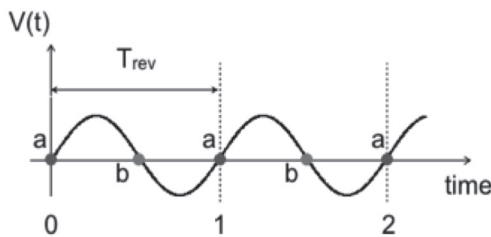


Figure 2: 安定位相と不安定位相

$$\omega = \omega_0 + \Delta\omega, \quad p = p_0 + \Delta p, \quad \phi = \phi_s + \Delta\phi$$

$$E = E_0 + \Delta E, \quad \theta = \theta_0 + \Delta\theta$$

ここで、 ω , p , E , ϕ , θ は、それぞれ、周回角速度、運動量、エネルギー、位相、リング上の粒子の中心角 (軌道角) を示し、添字 "s", "o" は、中心磁場を運動する粒子又はシンクロナス粒子の持つ値を示す。

高周波の位相 ϕ と軌道角 θ は、高周波のハーモニックスを h として、

$$\Delta\phi = \phi - \phi_s = -h\Delta\theta \quad \text{となる。}$$

角速度 ω は、 $\omega = d\theta/dt$ なので、

$$\Delta\omega = \frac{d}{dt} \Delta\theta = -\frac{1}{h} \frac{d\phi}{dt}$$

式 (2.5.4) から $V_0 \rightarrow V$ として、周回あたりにビームが得るエネルギーは $eV \cdot \sin(\phi)$ だから、周回周波数 $\omega = 2\pi f$ を使って、energy gain

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\omega}{2\pi} eV \sin(\phi) \quad (2.9.1)$$

を得る。特に、シンクロナス粒子に対する式 (2.9.1) は、

$$\frac{dE_0}{dt} = \frac{\omega_0}{2\pi} eV \sin(\phi_s)$$

と書けるから、

$$\frac{dE}{\omega dt} = \frac{dE_0}{\omega_0 dt} = \frac{1}{\omega_0} \frac{d}{dt} \Delta E = \frac{dE}{dt} \frac{\Delta\omega}{\omega_0^2} \approx \frac{d}{dt} \left(\frac{\Delta E}{\omega_0} \right)$$

したがって、シンクロナス粒子と運動量の異なる粒子に対して、

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\Delta E}{\omega_0} \right) = \frac{1}{2\pi} eV (\sin(\phi) - \sin(\phi_s)) \quad (2.9.2)$$

を得る。

一方、位相角 ϕ の時間変化は、

$$\frac{d\phi}{dt} = -h\Delta\omega \quad (2.9.3)$$

$\omega = \beta c/R$ から

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} = \frac{\omega}{\omega_0} - 1 = \frac{\beta R_0}{\beta_0 R} - 1 \quad (2.9.4)$$

運動量のずれと周長の関係から momentum compaction を使って、

$$R = R_0 \left(1 + \alpha_p \cdot \frac{dp}{p_0} \right) \quad \text{を代入すると、}$$

式 (2.7.3)

$$\frac{\delta\omega}{\omega_0} = -\left(\alpha_p - \frac{1}{\gamma^2} \right) \cdot \frac{\delta p}{p}$$

を得る。

(2.9.3) と (2.7.3) から位相に関して、

$$\frac{d\phi}{dt} = \eta h \omega_0 \frac{\Delta p}{p_0} = \eta \frac{h \omega_0^2}{\beta^2 E} \left(\frac{\Delta E}{\omega_0} \right) \quad (2.9.5)$$

の方程式を得る。

変数 $(\phi, \Delta E/\omega_0)$ はシンクロトロン運動を表す位相空間の変数であり、式(2.9.2)と(2.9.5)は、シンクロトロン運動を表す方程式であり、非同期粒子の位相とエネルギーが、同期位相と中心エネルギーの周りを振動する運動（シンクロトロン振動）を示している。

2.10 Small amplitude synchrotron oscillation

シンクロトロン運動の方程式に於いて、パラメータが時間的に大きく変化せず、位相振動の振幅が小さい場合、 $\sin(\phi) - \sin(\phi_s) \sim \cos(\phi_s)\Delta\phi$ 、さらに、

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{d(\phi_s + \Delta\phi)}{dt} \approx \frac{d(\Delta\phi)}{dt}$$

を使って、式(2.9.5)を式(2.9.2)に代入すると、 $\Delta\phi$ についての振動の微分方程式を得る。

$$\frac{d^2(\Delta\phi)}{dt^2} = \frac{heV\Omega_0^2\eta \cos(\phi_s)}{2\pi E_0} (\Delta\phi) = 0 \quad (2.10.1)$$

ここで $\Omega_0 = c/R = \omega_0/\beta_0$ は、速度 $v = c$ （高速）の時の角振動数を表す。

式(2.10.1)より、シンクロトロン振動の安定条件：
 $\eta \cos(\phi_s) < 0$

が McMillan と Veksler により示された[6]。

ビームのエネルギーがトランジションエネルギー γ_t より低い又は高い場合で安定位相の条件が変化する。

$$\gamma < \gamma_t \rightarrow 0 < \phi_s < \pi/2$$

$$\gamma > \gamma_t \rightarrow \pi/2 < \phi_s < \pi$$

この方程式の振動数、

$$\Omega_s = \Omega_0 \sqrt{\frac{heV |\eta \cos(\phi_s)|}{2\pi E_0}}$$

をシンクロトロン振動数と呼び、 Ω_s を Ω_0 で除した量を synchrotron tune: Q_s と呼ぶ。

$$Q_s = \frac{\Omega_s}{\Omega_0} = \sqrt{\frac{heV |\eta \cos(\phi_s)|}{2\pi E_0}}$$

以下に、J-PARC を構成する 2 つのシンクロトロ

ンについて、典型的な運転状態でのシンクロトロン運動の振動数を計算し、Table-1 に基本パラメータをまとめる。表中の加速電圧は入射および出射時の値を示している。

J-PARC の例でも分かるように、シンクロトロンチューンは 10^{-3} 程度である。これは粒子が 1 シンクロトロン振動するのに 1000 ターンほど掛かることを意味している。

Table - 1 シンクロトロン基本パラメータ (1)

	RCS	MR
エネルギー	400MeV~3GeV	3GeV~30GeV
加速周波数	1.23~1.67MHz	1.67~1.72MHz
$\Omega_0(c/R)$	5.4E6 [1/sec]	1.2E6 [1/sec]
加速電圧	60kV/ 150kV	150kV/ 260kV
Harmonics	2	9
Transition γ_t	9.14	j32.5
Slippage γ_t	-0.48/ -0.045	-0.058/ -0.0013
$\Omega_s/2\pi$	2.3kHz/630 Hz	340Hz/ 29Hz
Q_s	0.004/ 0.0008	0.002/ 0.00015

2.11 Hamiltonian

正準変数に ϕ, w ($= \Delta E/\omega_0$) を選び、Hamiltonian: $H(\phi, w)$ を考える。

$$\begin{cases} \frac{d\phi}{dt} = \frac{\partial H(\phi, w)}{\partial w} \\ \frac{dw}{dt} = -\frac{\partial H(\phi, w)}{\partial \phi} \end{cases}$$

式(2.9.2)と式(2.9.5)から、シンクロトロン振動の Hamiltonian は、

$$H(\phi, w) = \frac{1}{2} \frac{h\eta\Omega_0^2}{E_s} w^2 + \frac{eV}{2\pi} (\cos(\phi) + \phi \sin(\phi_s)) \quad (2.11.1)$$

で表わすことができる。

高周波電圧 $eV \sin(\phi)$ が作る potential 及びシンクロトロン振動の軌跡 trajectory を考える。式(2.11.1)の右辺第 2 項が高周波位相 ϕ に対する potential を表し、典型的な同期位相 ($\phi_s = 0$ and 30°) に対して計算すると下の Fig. 3 のようになる。

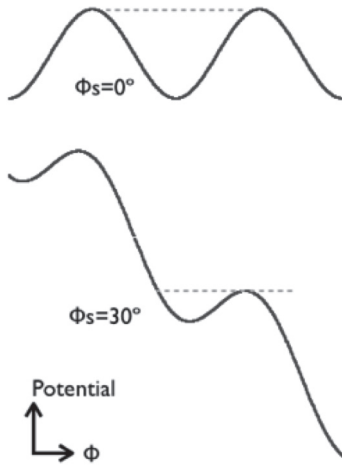


Figure 3: 高周波電圧が作る Potential

Figure 3 の縦軸は potential energy であるので、緑の点線と青の potential 曲線に囲まれた bucket 形状の領域が安定領域になっていることが理解できよう。また、その形が高周波の安定領域をバケツと呼ぶ由来でもある。

2.12 Separatrix

高周波のパラメータである電圧:V や同期位相: ϕ_s が小さいとき、ビームが周回あたりに得るエネルギーは小さくなり、slippage factor: η の変化も小さい。このような条件では、シンクロトロン振動の Hamiltonian も時間依存性が小さく、断熱的な運動として考えられる。

$$\text{adiabacity} = \frac{1}{\omega_s^2} \frac{d\omega_s}{dt} = \frac{1}{2\pi} \left| \frac{dT_s}{dt} \right| \ll 1$$

ハミルトニアン の時間依存性が小さいとして、シンクロトロン振動をもう少し詳しく見ていく。式(2.11.1)をさらに書きたすと、

$$H = \frac{1}{2} \frac{h\eta\Omega_0^2}{E_s} w^2 + \frac{eV}{2\pi} (\cos(\phi) - \cos(\phi_s)) + (\phi - \phi_s) \sin(\phi_s) \quad (2.12.1)$$

を得る。

このハミルトニアンは、位相空間内に2つの不動点 $(\phi_s, 0)$ 、 $(\pi - \phi_s, 0)$ を持つ。

$(\phi_s, 0)$ は、stable fixed point といい、粒子のこの周りの軌跡から elliptical fixed point とも呼ばれる。もう一つの不動点 $(\pi - \phi_s, 0)$ は、

unstable fixed point であり、この周りの軌跡が双曲線になることから hyperbolic fixed point と呼ばれる。また、unstable fixed point を通る軌跡を Separatrix と呼び、位相空間に於ける安定領域の境界を表す。安定領域内の粒子は、stable fixed point の周りをシンクロトロン運動し、bunch と呼ぶ集団を形成する。

$$H_{sp} = \frac{eV}{2\pi} \Gamma(\phi_s) \quad (2.12.2)$$

ここで、

$$\Gamma(\phi_s) = -2 \cos(\phi_s) + (\pi - 2\phi_s) \sin(\phi_s)$$

とした。

Separatrix の軌道は $H = H_{sp}$ であるから、式(2.12.1)と(2.12.2)から

$$w^2 = \frac{eVE_s}{\eta h \pi \Omega_0^2} (-\cos(\phi) - \cos(\phi_s)) + (\pi - \phi_s - \phi) \sin(\phi_s)$$

を得る。

下の Figure 4 に、 $\phi_s = 0, 30^\circ, 60^\circ$ の時の規格化した Separatrix を描く。

Separatrix は、2つの zero クロス点を位相空間上の $-\pi \leq \phi \leq \pi$ に持つ。

1つは先に述べた unstable fixed point $(\pi - \phi_s, 0)$ 、もう一つは ϕ_U として、次式

$$\cos(\phi_U) + \phi_U \sin(\phi_s) = -\cos(\phi_s) + (\pi - \phi_s) \sin(\phi_s)$$

を満足する $(\phi_U, 0)$ がある。

Figure 4 から明らかなように ϕ_s の増加と共に、Separatrix の高さ、幅ともに大きく減少する。ここで、

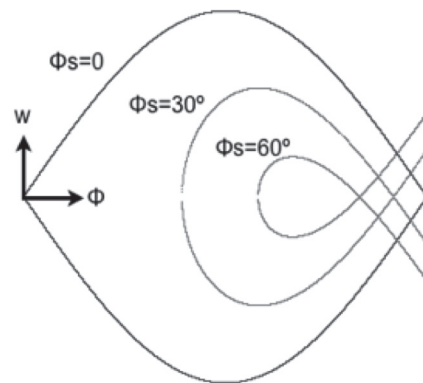


Figure 4: Synchronous phase and separatrix

Bucket length: $|\pi - \phi_s - \phi_U|$
 Bucket height:

$$w_{\text{height}} = \sqrt{\frac{-eVE_s}{|\eta|h\pi\Omega_0^2} \Gamma(\phi_s)}$$

になる。

J-PARCのように多段のシンクロトロンでビームを高いエネルギーまで加速する場合、2つの加速器で縦方向のマッチングをとることが良いとされる。一般に、シンクロトロンAからシンクロトロンBにビームを受け渡す場合、シンクロトロンAの取り出し周波数とシンクロトロンBの入射周波数を同じに選び、 $\phi_s = 0$ での bucket heightが2つのシンクロトロンで同じになるようにマッチングの条件をとると、

$$V/(|\eta|h) = \text{constant}$$

を得る。

J-PARCの場合、加速高周波が基本波だけの場合、マッチング条件は、MRの待ち受け電圧をRCS取り出し電圧の6倍程度に設定しなければならない。

3. RF システム

シンクロトロンの高周波加速電場は、粒子の周回周期に同期しなければならない。共振型の空洞が使われる。陽子シンクロトロンでは、周波数が低く、同軸型空洞が一般的 (Figure 5) である。

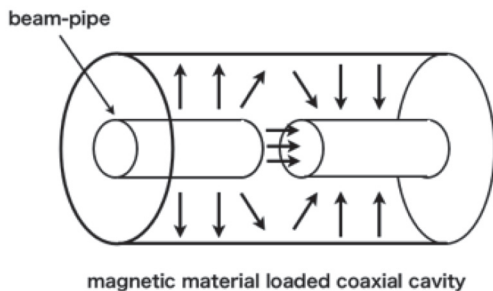


Figure 5: 同軸型加速空洞の概念図

加速周波数が 10MHz までの同調型空洞にはこれまでフェライト磁性体を装荷したものが使われてきた。しかしながら、近年、加速器の大強度化、小型化に伴い、高電場勾配加速空洞が求められ新しい磁性素材を使った空洞の開発が求められて

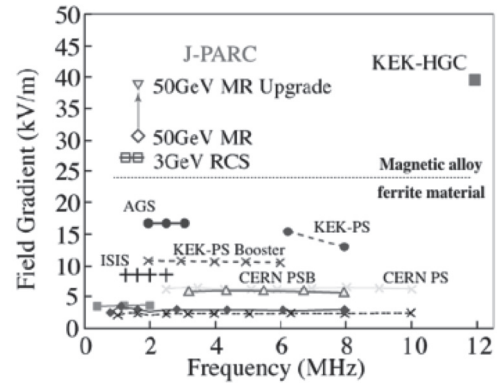


Figure 6: 様々な加速空洞の動作帯域と電場勾配の性能比較

きた。金属磁性体 (Magnetic alloy)を使った高電場勾配加速空洞は、大強度陽子加速器施設 J-PARC 実現に向けて、開発され、実用化した新しいタイプの高電場勾配加速空洞である。Figure 6 は、様々な陽子シンクロトロン施設で稼働している (稼働していた) 高周波加速空洞の動作帯域と電場勾配を示した。

フェライト磁性体を使った空洞は、飽和磁束密度、磁気余効効果などの磁気特性のために電場勾配は 20kV/m 以下に制限されていた。

3.1 MA loaded Cavity

金属磁性体 (Magnetic Alloy: MA) の高電場勾配加速空洞への応用開発は、1990 年代半ば J-PARC の前進である大型ハドロン計画の実現へ向けた研究開発が開始した頃に始まった。当時は陽子シンクロトロンの高周波加速装置はフェライト磁性体を装荷した空洞が主流であったが、これまでにない大強度陽子シンクロトロンの実現のためには 2 倍以上の加速電場勾配が可能なシステムが必要であった [7]。

動作周波数が MHz 帯の磁性体装荷型空洞は、電力の殆どが磁性体で損失する。空洞の shunt 抵抗 R_{sh} は、空洞の Q 値とインダクタンス L_p から式(3.1.1)になる。

$$R_{sh} = \omega_{rf} L_p Q \quad (3.1.1)$$

ここで、 L_p は空洞インピーダンスの等価回路を LCR 並列回路で表したときの並列インダクタンスを表す。

空洞のインダクタンスは、透磁率の大きい磁性体の体積で決まるからその複素透磁率: $\mu_r = \mu' -$

$j\mu''$ 、磁性体の幾何学寸法：内径 a [m]、外径 b [m]、長さ l_F [m]として、
磁性体のインダクタンス L

$$L = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi} l_F \ln\left(\frac{b}{a}\right) = 2 \times 10^{-7} \mu_r l_F \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

を使って、

$$R_{sh} = \omega_{rf} L \left(Q + 1/Q\right) \propto \omega_{rf} \mu' \left(Q + 1/Q\right) \quad (3.1.2)$$

ここで、 ω_{rf} は、加速周波数である。

空洞の Q 値は、磁性体の複素透磁率の比 $Q = \mu'/\mu''$ で決まる。フェライト磁性体の Q 値は、数 10~100 程度であるのに対して、金属磁性体は、0.5~1 で小さい。しかしながら、式(3.2.1)で分かるように、損失を決める shunt 抵抗は、 $L(Q + 1/Q)$ の積で決まるため、 L が十分に大きい金属磁性体は高い shunt 抵抗を得ることができる。

空洞に発生する加速電圧は、coaxial 空洞に装荷した磁性体を貫く磁束密度 B_{rf} の時間変化で得られる。coaxial 構造を持つ磁性体は、トロイダル形状であり、磁束密度 $B(r)$ は $1/r$ の依存性を持つ。

$$V_{RF} = \omega_{rf} l_F \int_a^b B(r) dr = \omega_{rf} l_F B_0 r_0 \ln\left(\frac{b}{a}\right) \approx \omega_{rf} B_{rf} A \quad (3.1.3)$$

ここで、 A は磁束が貫く面に垂直な磁性体の断面積である。

Figure 7 は、典型的な加速器に使われるフェライト磁性体と金属磁性体の shunt 抵抗と高周波磁束密度 B_{rf} に対する関係を示した。式(3.1.3)から磁束密度は加速電圧に比例することから図の横軸は電圧に比例する。金属磁性体は、高い高周波電圧に対しても、そのインピーダンスに低下は見られない。高電場勾配の加速空洞に利用できることが分かる。金属磁性体のこの性質は飽和磁束密度が高いためと考えられているが、その他に、高電場勾配を実現する加速器への応用では、キュリー温度 560°高く、磁歪の小さい金属磁性体が使われる。金属磁性体は、非晶質の磁性体リボン（厚み 18 ミクロン）にシリカによる絶縁被膜されたものを巻いて製造される。そのためコアの大きさに制限はなく、いろいろな分野で期待されている。金属磁性体コアは、ハンドリングや冷却のための防錆のため、エポキシ樹脂を使った含浸、コーティングの工程をへて実用される。コア自身の Q 値は、 $Q=0.5$ 程度であるが、カットコア

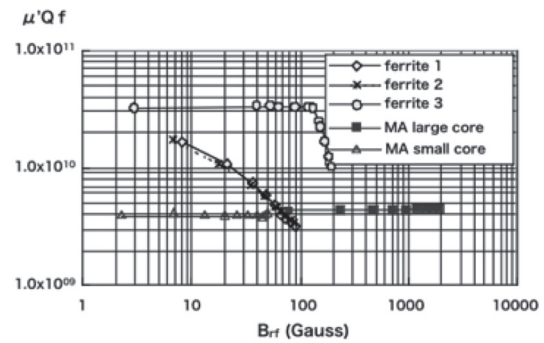


Figure 7: 磁性体 μQ 積の周波数特性

として利用することなどで、実効的な Q 値を変える事が可能である。これは、磁性体コアのカットにより周方向の磁気抵抗をコントロールし、shunt 抵抗を変えることなく、インダクタンス L を可変できる性質を使っている。現在、J-PARC RCS 及び MR 2 つのシンクロトロン加速空洞に高電場勾配を実現した実用機として世界で初めての運用が開始した[8]。

最近では、磁性体リボンの厚み調整や磁場雰囲気での熱処理によりこれまで以上に高い μQ 積を持つ素材があり、空洞の shunt 抵抗をより高くでき、さらに高い電場勾配が実現できる。しかしながら、その製造には大型の電磁石や電気炉が必要なため、加速器に応用できる大型コアの製造に至らなかった。

MR シンクロトロンのビーム増強、高繰返し化や将来の MW クラスの加速器の実現、広帯域加速空洞に不可欠な加速器用磁性材料として、J-PARC では磁場中で熱処理する磁性体の製造を製造メーカーと進め、完成させた[9]。

4. ビームローディング

ビーム電流が高周波空洞を通過すると加速ギャップに wakefield を誘起する。加速ギャップには、加速電圧を発生するための generator current と beam current が流れ込み、2 つの電流による合成電圧が発生することになる。

4.1 ビームローディング

空洞電圧 V とし、蓄積されるエネルギーを $W = aV^2$ を考える。ここで、 a は任意である。ビームが空洞に誘起する電圧 V_b とし、ビームに影響を与える電圧 $V_e = bV_b$ とする。ここで、 b は任意の数、 $0 < b < 1$ である。

2つのビームが位相角 θ で空腔を通過する時、それぞれが誘起する電圧を $\vec{V}_{b1}, \vec{V}_{b2}$ とする。 V_{b1}, V_{b2} は、大きさ V_b は等しく、位相角 θ で誘起されるから2つビームにより空腔に蓄えられるエネルギーは、

$$W = a|\vec{V}_{b1} + \vec{V}_{b2}|^2 = a(2V_b \cos(\theta/2))^2 = 2aV_b^2(1 + \cos(\theta)) \quad (4.1.1)$$

である。一方、それぞれの粒子のエネルギー損失は、粒子の電荷を q として、

$$\Delta U = qV_e + [qV_e + qV_b \cos(\theta)] \quad (4.1.2)$$

を得る。エネルギーの保存 $W = \Delta U$ から

$$V_b = \frac{q}{2a}, V_e = \frac{1}{2}V_b, b = \frac{1}{2} \quad (4.1.3)$$

つまり、周回ビームは誘起した電圧 V_b の1/2の電圧 V_e を見る。加速器のビームローディングを考える上で重要な考えになっている。[10]

4.2 Shunt Impedance と loaded Q_L

加速空腔に発生する電圧 V と損失電力 P_0 、Shunt Impedance R_{sh} の間には、

$$R_{sh} = \frac{V^2}{2P_0} \quad (4.2.1)$$

の関係がある。

空腔の Q 値は空腔を構成する磁性材料の複素透磁率の比、 $Q = \mu'/\mu''$ で決まるが、加速空腔には加速電圧を発生させるための高周波源が接続されていて、空腔を通過するビームはその出力インピーダンス R_g と空腔インピーダンスを見る。ビームが見るインピーダンス R_{tot} は、

$$R = \frac{R_{sh}R_g}{R_{sh} + R_g} = \frac{R_{sh}}{1 + \beta} \quad (4.2.2)$$

となる。ここで、 $\beta = R_{sh}/R_g$ とした。

高周波源を含む空腔システムの Q 値は、loaded Q と呼び、空腔に蓄積された電力と損失の比で定義される。周波数 ω 、蓄積エネルギー W_s との間には、

$$Q_L = \frac{P_{stored}}{P_d} = \frac{\omega W_s}{P_d} \quad (4.2.3)$$

の関係がある。

エネルギーの保存から

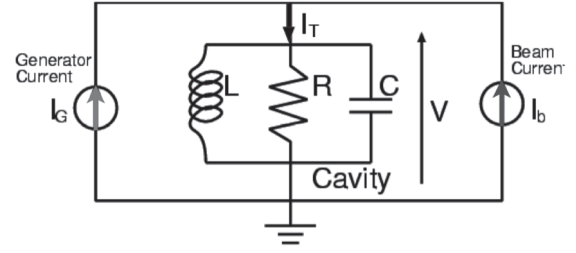


Figure 8: 加速空腔の並列共振回路モデル: 加速空腔には generator current と beam current の vector 合成電流が流れる。

$$\frac{dW_s}{dt} = -P_d = -\frac{\omega W_s}{Q_L} \quad (4.2.4)$$

つまり、蓄積エネルギー W_s は、

$$W_s = W_{s0} e^{-i\omega t/Q_L} \quad (4.2.5)$$

で時間的に変化する。ここで、filling time $T = 2Q_L/\omega$ を定義する。

4.3 Required RF source power

加速空腔を LCR 並列等価回路で表現 (Figure 8) した時、空腔に流れる電流は、

$$\vec{I}_T = \vec{I}_G + \vec{I}_b \quad (4.3.1)$$

となる。周期的に空腔を通過するビームの作る image current I_b は、Fourier 展開により bunch 長が短いとき、直流成分 I_{DC} の2倍の振幅を持つ。また、ビームが空腔に誘起する電圧 $V_b = I_b R_{sh}$ は安定な加速に必要な同期位相 ϕ_s を beam

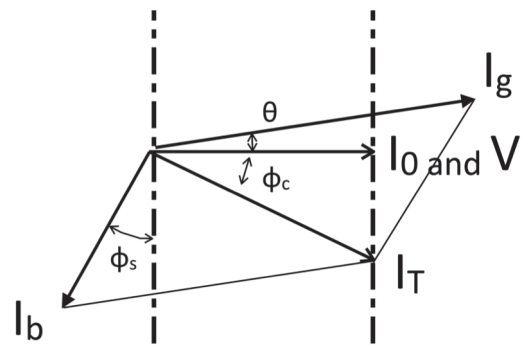


Figure 9: Vector Diagram (Phasor)

loading により変化させてします[11][12]。

(4.3.1)を vector diagram で示すと Figure 9 のように表される。

ビーム加速に必要な RF power は、

$$P_s = \frac{1}{2} \vec{V} \cdot \vec{I}_g \quad (4.3.2)$$

で表され、

$$\vec{I}_g = I_g e^{j\theta} \quad (4.3.3)$$

より、

$$\text{real part: } P_{s.real} = \frac{1}{2} V I_g \cos \theta$$

$$\text{imaginary part: } P_{s.imag} = \frac{1}{2} V I_g \sin \theta$$

を得る。

また、定常状態での vector diagram から

$$\tan(\phi_c) = -I_b \frac{R_{sh}}{(1 + \beta)V} \left(\cos(\phi_s) - \frac{I_g}{I_b} \sin(\theta) \right) \quad (4.3.4)$$

また、loading factor $Y = I_b/I_0$ を使って、

$$\tan(\phi_c) = \frac{\tan(\theta) - Y \cos(\phi_s)}{1 + Y \sin(\phi_s)} \quad (4.3.5)$$

$$I_G = I_0 \frac{1 + Y \sin(\phi_s)}{\cos(\theta)} \quad (4.3.6)$$

の関係を得る。

(4.3.4), (4.3.6)から generator current と電圧の位相差 $\theta = 0$ の時、RF source power は最小となり、

$$P_{s.min} = \frac{V^2}{2R} + V I_b \sin(\phi_s) \quad (4.3.7)$$

RF source として、加速に必要な電圧を発生する電力(第 1 項)とビーム電力 (第 2 項) を供給する能力が求められる。

J-PARC の場合、広帯域な無同調システムのため、RF carrier 角周波数 ω_r と空胴の角共振周波数 (ω_r)は一致しない。

$$\Delta\omega = \omega_c - \omega_r \quad (4.3.8)$$

Detuning angle は、

$$\phi_c = \tan^{-1}(2Q_L \cdot \Delta\omega / \omega_r) \quad (4.3.9)$$

加速周波数、空胴の共振周波数及び電子管を使った RF source の出力インピーダンスで dynamic に変化する。

5 J-PARC 大強度陽子加速器施設

J-PARC シンクロトロンは、高周波加速空胴に金属磁性体(Magnetic Alloy: MA)を使った初めての 大強度陽子シンクロトロンである。MA 空胴は周波数同調構造を持たず、RCS/MR それぞれの加速周波数の変化範囲包括する Q 値が最適化されている。空胴に使用する磁性材料には金属磁性体 FINEMET(FT-3M/FT-3L)が使われ、その高い飽和磁束密度とキュリー温度、低い磁歪特性から空胴は、これまでのフェライト磁性体を装荷した加速空胴で実現できない高加速電場勾配(20kV/m ~ 35kV/m)を実現している。Table-2 に RCS と MR 高周波システムの基本パラメータをまとめる。

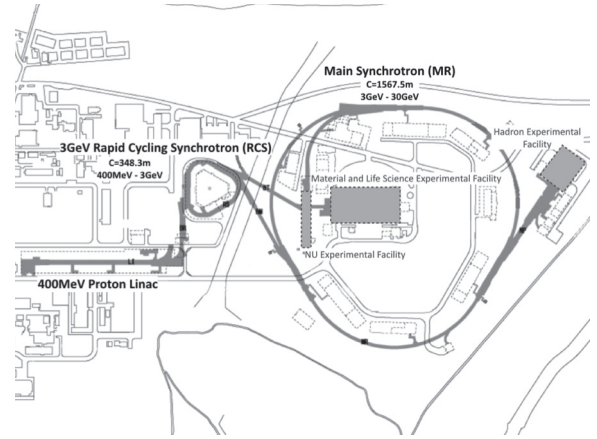


Figure 10: J-PARC 大強度陽子加速器施設

5.1 3GeV RCS

イオン源からの負陽子ビームは、RFQ-Linac 324MHz でバンチ化され、続く SDTL (324MHz) および ACS (972MHz)で 400MeV のエネルギーに加速する。リニアックビームは、ピーク電流 50mA(設計値)、パルス幅 500 μ s のマクロパルスであり、ACS の加速周波数である 972MHz の時間構造を持っているが、RCS の加速周波数に適合したさせるため、RCS の RF クロックを使ってイオン源と RFQ の間に設けた RF チョッパーで中間バンチを作っている。これにより、RCS の待ち受け RF 電圧を高くでき断熱的捕獲法(adiabatic capture)に比べて、ビーム損失を抑えて、空間電

Table - 2 シンクロトロン基本パラメータ (2)

	RCS	MR
エネルギー	400MeV~3GeV	3GeV~30GeV
加速周波数	1.23~1.67MHz	1.67~1.72MHz
周長	348.333m	1567.5m
加速電圧	440kV	320kV
Harmonics	2	9
Beam power*	1 MW	500kW*
Transition γ_t	9.14	j32.5
# of protons	8.33×10^{13} ppp	2.61×10^{14} ppp*
Beam current	11 A peak	11.5 A peak
Repetition	25 Hz	2.48 s/ 5.20 s
Acc. Time	0.02 sec	1.4 sec

* 達成値

荷効果を緩和するための縦方向分布操作が容易にしている。RCS 入射時に荷電変換され陽子ビームとして加速される。

空間電荷による tune shift は次式で得られる。

$$\Delta\nu = -\frac{r_p N_T}{2\pi\beta^2\gamma^3\epsilon B_f} \quad (5.1.1)$$

ここで、 r_p は古典的電子半径(1.53×10^{-18} m)、 N_T は全陽子数 (8.3×10^{13} ppp)、 ϵ はビームのエミッタンス、 β と γ はローレンツ係数、 B_f はピーク電流と平均電流の比で表される bunching factor である。

RCS 入射では入射バンプ波形を制御し、transverse paint を可能にし、最大エミッタンス 216mm mradにまでエミッタンスを広げることができる。式(5.1.1)から $B_f=0.25$ のとき空間電荷による tune shift は $\Delta\nu \sim 0.25$ となる。RCS の入射では、後に述べる縦方向のバンチ分布操作 (longitudinal bunch manipulation) により、bunching factor $B_f \geq 0.4$ を実現する[13]。

5.1.1 Longitudinal bunch Manipulation

RCS の磁場は正弦的に励磁変化する(5.1.2)。繰り返し周期 f_{cycle} は 25 Hz、つまり、リニアックビームは 400 MeV から 3 GeV まで 20 msec で加速される。パルス幅 500 μ s のリニアックビームパルスは

$$B(t) = B_{min} + \frac{B_{max} - B_{min}}{2} \left(1 - \cos 2\pi f_{rep} t\right) \quad (5.1.2)$$

Bmin タイミング($t=0$)の 250 μ s 手前から入射される。RCS 入射では、陽子ビームの周回周期は約 1.6 μ sec でありパルス幅 500 μ sec のリニアックビームは RCS の longitudinal 位相空間に約 300 回上書きされる。リニアックビームは RFQ の出口の RF chopper で RCS の 2 つ longitudinal bucket に合致するように入射される。RCS 電磁石は正弦的に変化しているため、 $t = -250\mu$ s のタイミングの momentum rigidity は運動量換算で約 0.12%入射ビームの運動量より高い。加速高周波の周波数パターンは時間的に変化する磁場から求めているので、RCS に入射されるリニアックビームは RCS の longitudinal 位相空間に自然にペイントされることになる。しかしながら、大きな

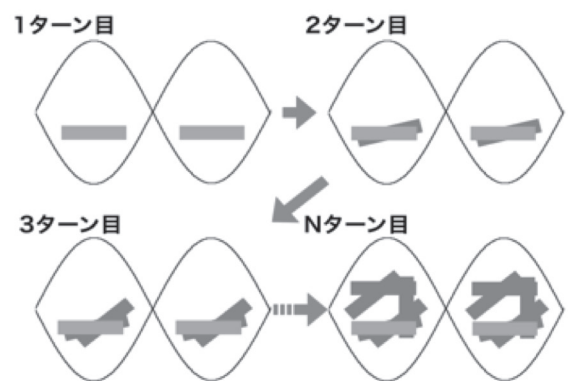


Figure 11: 運動量オフセット入射での位相空間にビームがペイントされるイメージ図

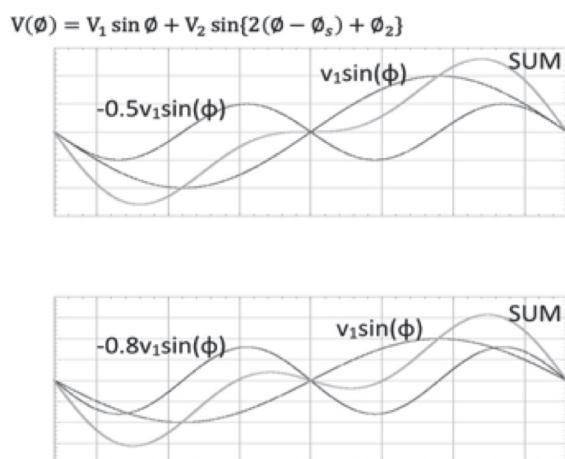


Figure 12: 加速電圧と2次高調波電圧とその合成、 $v_2/v_1=-0.5$ (upper), $v_2/v_1=-0.8$ (lower)

B_f を得るには十分でない。通常の入射方法では、RF バケツ中心の電流密度が常に高くなり、 B_f は小さくなる。そこで RCS では $B_f > 0.4$ を達成するため、以下の longitudinal 操作を組み合わせている。

- a) 運動量オフセット
- b) 2nd harmonic potential の導入
- c) 位相スイープ

(2.9.3)式から RF 周波数にオフセット (Δf) を与えることで位相空間に上に運動量オフセットを与えることができる。Figure 11 に運動量オフセット入射した時、縦方向の位相空間にビームがペイントされる様子を模式的に示す。Linac/RCS の入射ではパルス幅最大 500 μ s の linac beam は Figure 11 のように longitudinal 位相空間にペイント入射されるが、運動量オフセットだけではシンクロトロン振動が支配的なため、分布平坦化が十分ではない。

2次高調波電圧を付加した場合、ビームが周回毎に受ける高周波電圧を式(5.1.3)に示す。

$$V_{rf} = V_1 \sin \phi + V_2 \sin(2(\phi - \phi_s) + \phi_2) \quad (5.1.3)$$

ここで、 V_1 、 V_2 は基本波(加速高周波)および2次高調波の振幅、 ϕ 、 ϕ_s は加速高周波の位相とシ

ンクロナス位相、 ϕ_2 は2次高調波の位相オフセットを示す。簡単のために、 $\phi_s = \phi_2 = 0$ の場合の各電圧波形を Figure 12 に示す。シンクロナス位相付近($\phi_s = 0$) の粒子は、 $V_2/V_1 = -0.5$ の場合、電圧を受けない。一方、 $V_2/V_1 > 0.5$ の場合、シンクロナス位相の前後で、加速、減速の関係が基本波のみの場合と反転する。

RCS 入射の待ち受け加速電圧は 150kV であり、その時のシンクロトロン周期は 280 μ sec になる。したがって、Linac から入射されるビームは 500 μ sec の入射時間の間に RCS の縦方向位相空間内での振動は高々2 回程度ということになる。効果的に高い $B_f > 0.4$ を得るため、粒子トラッキングによる運動量オフセット Δp 、2次高調波電圧

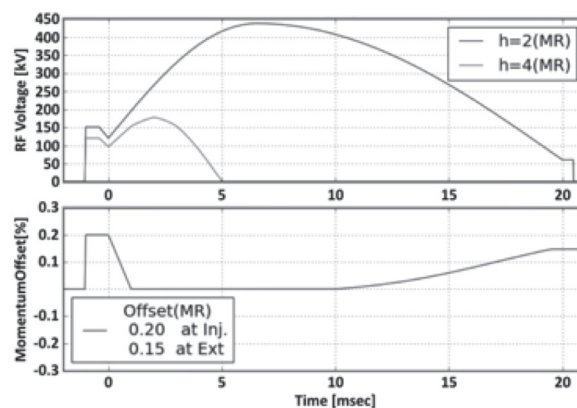


Figure 13: MR 行きビームの RCS RF 電圧パターン (upper) と周波数オフセットパターン (lower)

のパターンとその位相スイープ (ϕ_2) の条件出しを行っている。Figure 13 は MR 行き RCS の加速パターンの典型例であるが、ここでは 0.2 % 運動量オフセットを入射から 250 μ sec 維持し、Bmin のタイミングから 250 μ sec 掛けて直線的に ramping down するパターンを採用し、2次高調波電圧は $V_2/V_1 = -0.8$ を入射終了まで維持し、5 msec でゼロにするパターンとしている[14]。また、周波数オフセットを加速中盤 ($t=10$ msec) 付近から緩やかに加算しているのは、MR との運動量マッチングのためである。RCS に於ける longitudinal paint アリナシでパンチ波形がどのように改善されるかその比較を Figure 14 に示す。ピーク電流が抑えられ波形が大幅に改善し、

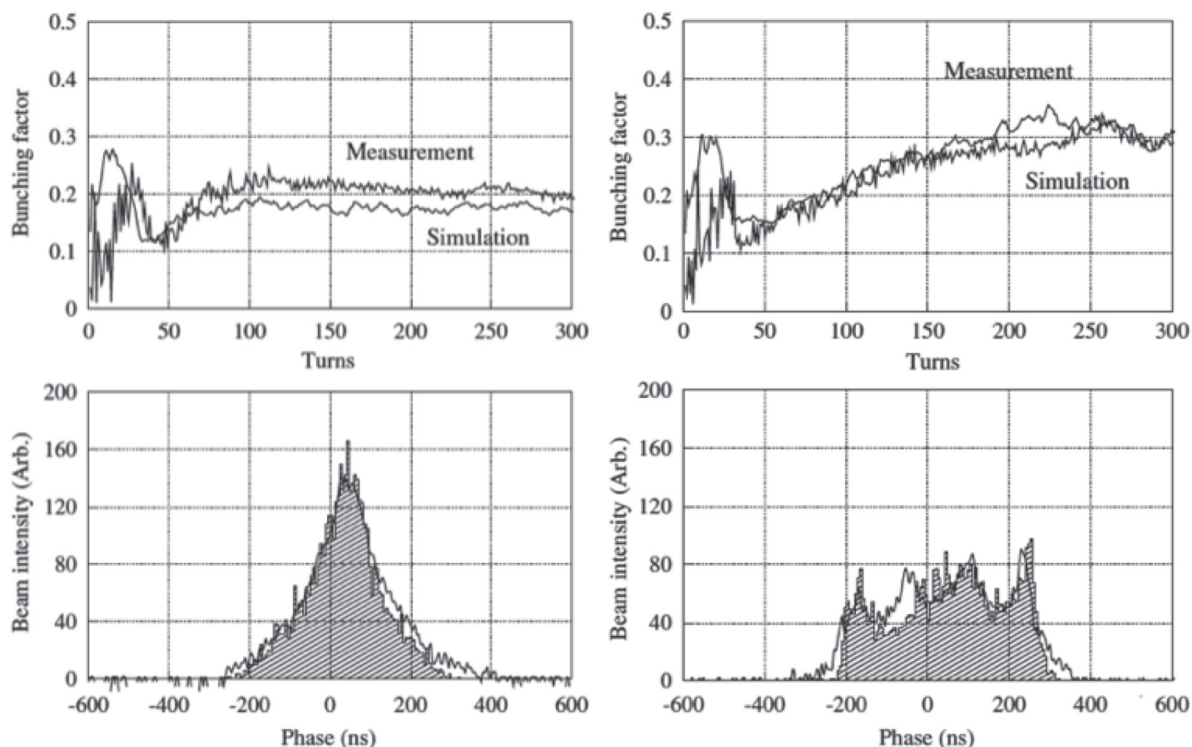


Figure 14 : RCS 入射に於ける longitudinal painting によるバンチ波形

高い Bf が維持できていること、また、シミュレーションの計算結果と良く一致していることが分かる[13]。

これまで、フェライト磁性体を用いた同調型加速空洞システムの場合、加速空洞と高調波空洞はその機能を分離せざるを得なく、リング内の専用スペースを設ける必要があった。しかしながら、J-PARC-RCS では、空洞磁性体に金属磁性体を用い周波数特性を広帯域化する共に低損失インダクタンスを付けで並列接続し、基本波と2次高調波の周波数帯域をカバーする Q 値 = 2 の理想的かつ passive な無同調空洞を実現している。これにより、高周波制御システム (Low Level RF System: LLRF) で発生させた 加速電圧と2次高調波電圧の合成波を1つの空洞に発生させることが可能となった。したがって、J-PARC RCS の12台の加速空洞は、全てがビーム加速と縦方向の分布操作の機能を備えている。

5.2. Main Synchrotron (MR)

J-PARC MR シンクロトロンは、RCS から 8.3×10^{13} ppp (25Hz 1MW 相当) を4バッチ、 4.3×10^{14} ppp の3 GeV 陽子ビームパルスを最高エネルギー50GeV 迄加速し、3.6秒の周期で実験に利用する。約740kWの大強度シンクロトロンとして設計された[5]。

J-PARC MR は、2007年秋、加速エネルギー30GeVで運転を開始した。当時、50GeVパターンで主電磁石を運転するためには受電ACラインの電圧変動を十分に抑えるなど、その方式や実現するための技術的要素などいくつかの課題を解決する必要があり50GeVビーム供給はJ-PARC Phase-IIで達成することになっていた。現在MRでは、最高エネルギーは30GeVで維持したままMRサイクルを約1.3secに縮めて繰り返しを上げることで目標となる750kWビームパワーを実現する計画が進められ、最終的に、1.3MWビームパワーを目指した改造計画が進行している[2]。

Table - 3 MR シンクロトロンの高周波システム

	original	1 st Upgrade	2 nd Upgrade
加速周波数	1.67~1.72MHz		
台数 (h=9*)	7	9	11
台数 (h=18)	2	2	2
ギャップ数(h=9)	21	36	44
ギャップ数(h=18)	6	8	8
最大電圧(h=9)	280kV	510kV	600kV
# of protons	3.3×10^{14} ppp	2.0×10^{14} ppp	3.3×10^{14} ppp
Beam current (I _{DC})	10 A	6 A	10 A
Beam Power	740 kW	750 kW	1.3 MW
Beam Energy	50 GeV	30 GeV	30 GeV
Repetition FX/SX	3.60 s/ 6.00 s	1.32 s/ 3.92 s	1.16 s/ 3.76 s

* h=9: 基本波、h=18: 2nd 高調波

5.2.1 750kW への取組み

MR シンクロトロンのビームパワー増強は陽子の最高エネルギーを 30GeV で達成する方針へと方向転換した。そのためには、電磁石電源の総入れ替えと高周波加速電圧の倍加が2つの大きな柱となった。

MR シンクロトロンは、RCS シンクロトロン同様に3つのインサクションを有し、3回対称のラティスで構成されて、1つのインサクションに高周波空胴9台が配置されている。

Table 3 に示すよう“Original”では、9式の加速空胴装置の内、7台をビーム加速に2台を2次高調波システムとして使用していた。加速空胴にはファインメット FT-3M のカットコアを使用し、空胴あたりの加速ギャップ数は3、最大 45 kV の加速電圧を発生させることができる。ファインメットのラインナップの一つである FT-3L はこれまでの FT-3M 材に比べ空胴インピーダンスを与える透磁率と Q 値の積 (μQ 積) が2倍程度高いが、磁場中で熱処理を行うため、これまで外径 800mm を超える加速器用大型コアの製造は行われなかった。2010 年、J-PARC では将来に向けた金属磁性体のコアの開発をメーカーと共に進め FT-3L コアの加速器への実用化を成功させた[9]。これにより加速空胴のギャップあたりのインピーダンスをあげることができ、既存の陽極電源を

そのまま利用して空胴1台あたりの加速ギャップ数を増やすことが可能になった。2018年の時点では、FT-3L を使った4ギャップ空胴9台は、7台を基本波空胴として、2台を2次高調波空胴として使用している。2021年に予定している新電磁石電源の入れ替えの後にスタートする1.32秒の高繰り返し運転までに新たに2次高調波システム2台を新設する準備を進めている。

5.2.2 MR シンクロトロンの大強度運転

MR リングの周長は RCS の丁度 4.5 倍の 1567.5 m である。加速高周波のハーモニック数は $h = 9$ に選び、RCS 取り出しの加速周波数と MR 入射の周波数を一致させている。

MR の入射では、RCS から4バッチのビームが入射される。9つの MR RF バケツの内、8バケツがバンチで埋められ、残り1つの空バケツは取り出しキッカーの立ち上がりに使われる。MR シンクロトロンにおいても bunching factor B_f を高く保つことが重要となるが、RCS の入射で行ったように多くのバンチ操作はできない。MR では、

- 2nd harmonic potential の導入
- RF 位相オフセット入射

の2手法により、FX では 2nd harmonic potential を、SX では RF 位相オフセット (global offset) により longitudinal emittance を増大させ、周回

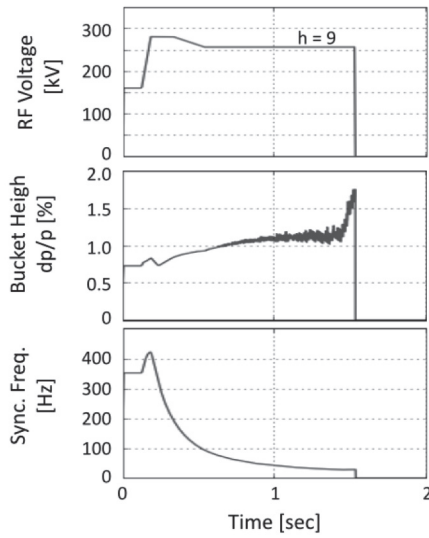


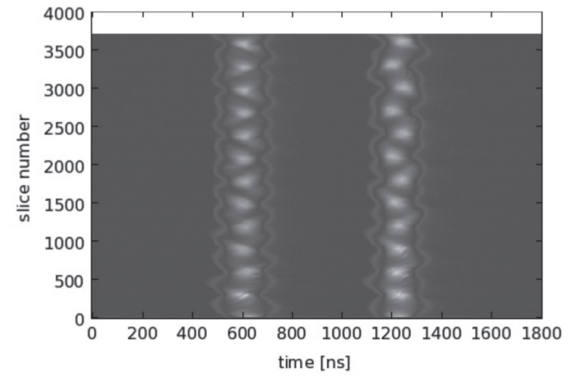
Figure 15: 典型的な RF パターン (FX) 基本波のみ

ビームのピーク電流を下げる操作を行っている。Figure 15 にニュートリノ実験向け FX 運転での大強度ビーム加速で採用している 2 次高調波による MR 入射におけるバンチ波形の mountain plot を示す。MR 入射で 2 次高調波を導入しない時、RCS からのバンチ幅は 160 ns、longitudinal emittance は 4.5 eVs、 $B_f \sim 0.2$ 程度である (Figure 16(a))。一方、Figure 16(b) は 2 次高調波 $V_1/V_2 = 70\%$ の割合で導入した定常運転での mountain plot を示す。バンチ幅が効率良く広がり、bunching factor を $B_f \sim 0.3$ 程度に改善することができている。

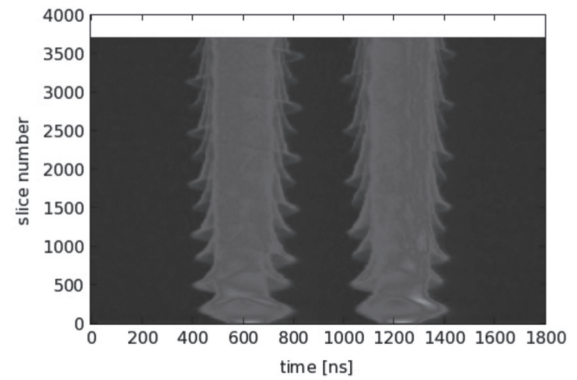
5.3 Beam Loading

周回ビームの加速高周波成分は壁電流波形の Fourier 解析で得られその基本波周波数成分 I_b は、バンチ長が短い時、直流成分 $I_{DC} = eN_p\omega_{rf}/(2\pi)$ の 2 倍の $I_b = 2I_{DC}$ になり、RCS で 12A、MR で 20A に達する。J-PARC では、feedforward により、beam induced 電圧の補償を行っている。Figure 17 は、feedforward 補償信号の流れを示す。

ビーム電流 i_{beam} は、空腔を通過するとき、誘起電圧 V_{cav} を発生する。



(a) 2nd off



(b) 2nd ON ($V_2 = 110$ kV)

Figure 16: 典型的な MR 入射のマウンテンプロット (バンチ波形) (横軸: RF phase in nsec, 縦軸: slice number in turn)

$$V_{cav}[\omega_h(t)] = Z_{cav}[\omega_h(t)] \cdot I_{beam}[\omega_h(t)] \quad (5.3.1)$$

ここで、 $\omega_h(t)$ は周回各周波数のハーモニック h 倍の各周波数である。この周回周波数の値は加速と共に MR で約 3% 変化するため時間の関数になる。

MR 加速空腔のインピーダンスは広帯域でその周波数特性は Fig. 18 に示す通りである。複数の高調波成分、harmonic 数 $h=8, 9, 10$ について、誘起電圧の補償が必要になる。因みに、RCS の場合、空腔システムは 2 次高調波の周波数帯域もカバーしているため、空腔インピーダンスはさらに広帯域であり、harmonic 数 $h=1\sim 6$ の高調波を補償の対象にしている [15]。図中の feedforward module では、ビーム電流信号がハーモニック解析され、ビームが空腔通過時に誘起する電圧

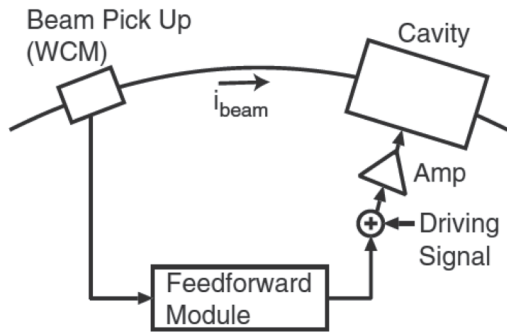


Figure 17: Feedforward beam loading 補償の信号の流れ

$V_{cav.wake}$ を打ち消すような高調波信号を出力する。

各空洞のギャップ電圧は、

$$V_{cav}[\omega_h(t)] = V_{cav.dr}[\omega_h(t)] + V_{cav.wake}[\omega_h(t)] + V_{cav.FF}[\omega_h(t)] \quad (5.3.2)$$

3種類の電圧波形の合成で表される。第1項は、加速器必要な電圧、第2項は、ビームが誘起する電圧、第3項が、feedforward システムが空洞に発生する電圧である。

ここで Feedforward 系でそれぞれの伝達関数を以下のように定義する。

$H_{dr}^{cav}[\omega_h(t)]$: ビームが無い時、LLRF から空洞電圧に至る伝達関数

$Z_{cav}'[\omega_h(t)]$: ビームが誘起する電圧とビーム電流から得られる空洞システムのインピーダンス

$Z_{FF}[\omega_h(t)]$: ビーム電流検出から Feedforward module を通して空洞電圧に至る伝達関数

これら3つの伝達関数を使って式(5.3.2)は、

$$V_{cav}[\omega_h(t)] = H_{dr}^{cav}[\omega_h(t)] \cdot V_{dr}[\omega_h(t)] + Z_{cav}'[\omega_h(t)] \cdot I_{beam}[\omega_h(t)] + Z_{FF}[\omega_h(t)] \cdot I_{beam}[\omega_h(t)] \quad (5.3.3)$$

と表すことができる。ここで、 $V_{dr}[\omega_h(t)]$ は、加速ギャップに必要な電圧 $V_{cav.dr}[\omega_h(t)]$ を出すための driving signal である。増幅器系の伝達関数

の線形性が保たれるとすると、Feedforward 制御を動作させた時、ビームが見るインピーダンスは、

$$Z_{cav}'[\omega_h(t)] + Z_{FF}[\omega_h(t)]$$

となることが分かる。

つまり、Feedforward の調整ではビームが見るインピーダンスを zero にすること、

$$Z_{FF}[\omega_h(t)] = -Z_{cav}'[\omega_h(t)] \quad (5.3.4)$$

を満足するように、それぞれの harmonics について、gain と delay を決定する[16]。

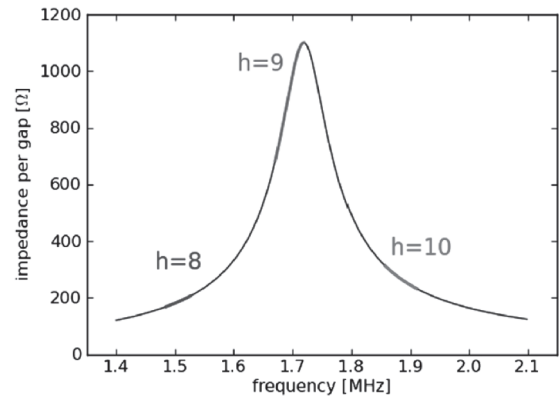


Figure 18: 典型的な MR 加速空洞のインピーダンス

MR の加速空洞システムでは、加速周波数 ($h=9$) と両隣の harmonics $h=8, 10$ の高調波について補償が行われる(Figure 18)。Harmonics $h=9$ については、加速全域にわたって、加速電波ターンが存在し、強い振幅制御 (Auto level control) のために、Feedforward のありなしで電圧振幅 $V_{cav.dr}[\omega_9(t)]$ に明確な差は見えない Figure 19 (上)、しかしながら、harmonics $h=8, 10$ のビーム誘起電圧は十分に抑制されていることが分かる。

Feedforward 制御は信号の流れが open loop であり、feedback 制御で見られるシステムの不安定性の心配はない。しかしながら、外乱要因の検出精度、open loop 特性の線形性が重要になり、

それらが担保されなければ、逆に、ビームの運動を不安定にしてしまう。J-PARC で採用した金属磁性体を使った加速空洞では、これまでの ferrite loaded system と異なり、空洞インピーダンスが高周波振幅や温度に対して受動的で feedforward 方式との相性は非常に良い、さらには高精度なデジタル制御により再現も確保される。しかしながら、実際の運用ではビーム電流の増加に伴って電子管を使った高周波増幅器の出力特性に現れる非線形性が、ビーム強度の増加と共に無視できなくなってきた。そのため、Feedforward 系の線形特性のずれに起因した抑制誤差を補償するため、高調波電圧を IQ-解析し、それぞれを安定化する vector feedback の導入を進めている[17]。

5.4 Longitudinal coupled bunch instability

MR 早い取り出しでは 2018 年 5 月、 2.6×10^{14}

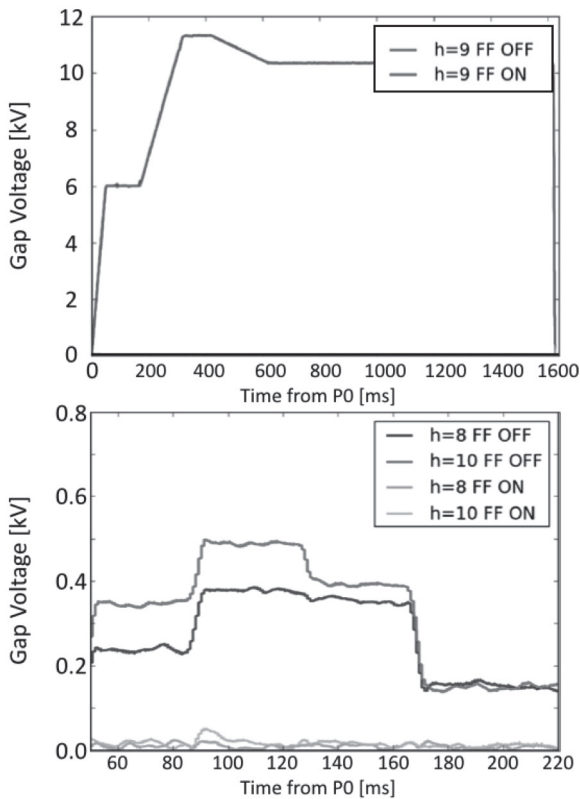


Figure 19: ローディング補償の効果 (upper) h=9 高周波振幅成分、(lower) h=8, 10 高周波振幅成分

ppp の陽子ビームを 2.48 秒の繰り返しでニュートリノ・ビームラインに供給することに成功した。このビームパワーは 500 kW に対応するが、470 kW を超えるビーム強度でバンチ結合による dipole 振動が加速後半で観測され始めた[18] (Figure 20)。

バンチ結合振動は、周回する 8 個のバンチそれぞれが加速空洞を通過するときに誘起する合成電圧の影響を受けて不安定になる現象である。

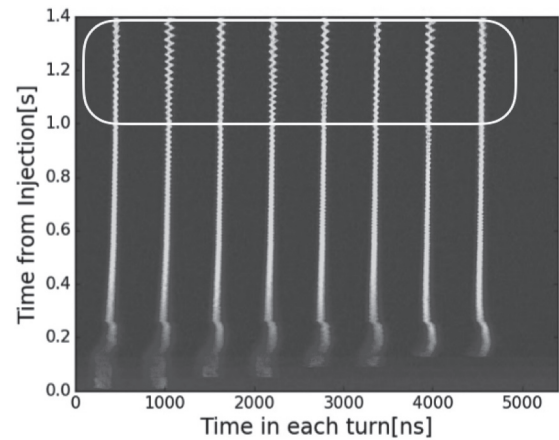


Figure 20: Mountain-view プロット MR 速い取り出し、480kW 運転 (2.8×10^{13} ppp \times 8 bunches)

MR の場合、harmonics h=9 なので、M=9 個のバンチ結合モードが存在する。

周回バンチの 1 つの線密度 $\lambda(t)$ を 2 つの密度成分 $\lambda_0(t), \lambda_m(t)$ に分解して考えると、振動の局数 m の数に応じて、m = 1 - dipole, 2 - quadrupole, 3 - sextupole, , , など、位相空間でのバンチ振動の様子を分類することができる[19] (Figure 21)。

バンチ結合振動を周波数スペクトラムは、

$$\omega = (n + lM)\omega_0 + m\omega_s \quad (5.4.1)$$

で表される周波数成分を持つ。 $\omega_0 = 2\pi f_0$ と $\omega_s = 2\pi f_s$ は、それぞれ、周回角周波数とシンクロトロン角周波数、n は、 $n = 0, 1, 2, \dots, M - 1$ 、バンチ結合振動の mode 数、 $l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ の値となる。

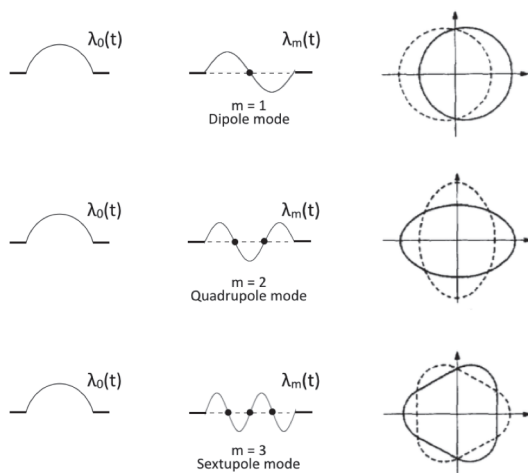


Figure 21: バンチ結合振動の mode パターンとその位相空間での振動[19]

MR で観測されている振動は、これまでのバンチ振動解析から $(m, n) = (1, 8)$ の harmonics $h = 8, 10$ の成分が最も強いことが分かっている。この dipole 振動を引き起こすインピーダンス源として、空胴のインピーダンス (Figure 18 参照) が考えている。バンチ結合型不安定性についてはフィードバックによる振動抑制を進めている。これは、使用していない加速空胴を使ってそのインピーダンス帯域内で検出した振動成分のみを dumping するシステムである。

6 おわりに

大強度陽子シンクロトロン J-PARC は KEK-12GeV PS の 100 倍のビーム強度を扱う加速器施設という事でその早期実現に向け、高エネルギー物理学研究所 (高エネルギー加速器研究機構の前身) 田無分室 (東京大学原子核研究所) では大強度な陽子ビームを加速する高周波加速装置の研究開発が 1995 年スタートした。高周波システムは、ビームを単に安定かつ損失の無い「acceleration 機能」だけでなく、空間電荷効果やビーム不安定性といった現象の緩和を目的とした「manipulation 機能」の 2 つの重大な役割を担う。J-PARC の 2 つのシンクロトロンでも高い加速電圧に加え運動量と共に加速周波数を変化させる機能が求められた。それまでは、フェライト磁性体を用いた同調型加速空胴が可変加速周

波数空胴の主流であり、田無では J-PARC で求められるフェライト磁性体の研究が開始された。しかしながら、特に、3GeV RCS で求められる早い繰り返しに対応し、高い加速電圧を要求され、bunch manipulation のための 2 次高調波システムのスペースをどうするか、更には、physical aperture が大きいため、大型コアの製造ができるかなど、フェライトの発掘は難航し、フェライト磁性体ではとうてい実現できそうにない J-PARC の要求をどのように実現するかが大きな課題であった。そういった中、我々がめぐり会った金属磁性体コアは田無での開発研究を勢いづけたのは言うまでもない。

金属磁性材料は海外でもイオン加速など広帯域な空胴や医療用加速器に使われ始めていたが、J-PARC で採用した Fe-Si-B 系アモルファスを熱処理したナノ結晶磁性体ファインメット™ は、フェライトの問題点をほぼ解決し、空胴の高電場勾配化を実現する新しい磁性材料として大強度加速器への応用を確実にした。J-PARC で開発したシステムでは、これまで、RCS 空胴のコア座屈や MR 空胴カットコアの腐食など、実用に入ってから重大な課題に直面はしたけれどもリング RF グループ全員で乗り越え現在に至っている。

これまでにない加速器を設計、建設するという命題に対して、J-PARC では、金属磁性体の研究を始め、新しい要素を取り入れ、目標に向かって進んできた。今ではこれらの技術が認められ国外の加速器に利用されてきている。大型加速器の建設が数十年に一度あるかないかの事業であり、今後 10MW を越えるような proton diver synchrotron の建設が計画されるかどうか分からないが、加速器物理を志す研究者は、既存の加速器技術だけでなく、新しいことに挑戦して、夢のある加速器の設計と建設、そしてその運転に携わって貰いたい。

参考文献

- [1] “Accelerator Technical Design Report for High Intensity Proton Accelerator Facility Project (TDR)”, JAERI-Tech 2003-044, KEK Report 2003-13
- [2] T. Koseki, “Upgrade plan of J-PARC MR – Toward 1.3 MW beam power”, TUPAK005, p.966, IPAC2018, Vancouver, BC, Canada (2018)
- [3] S. Y. Lee, Accelerator Physics, 2nd.edition
- [4] M. Kihara et.al., Proc. of the international Workshop on Hadron Facility Technology, KEK Preprint 86-107
- [5] Y. Ishi, et al., “Lattice Design of JHF Synchrotrons”, APAC98, 1998, KEK
- [6] E. M. McMillan, Phys. Rev., 68, 143 (1945); V. I. Veksler, Compt. Rend. Acad. Sci. U.S.S.R., 43, 329 (1944); 44, 365(1944)
- [7] Y. Mori, et al., “A New Type of RF Cavity for High Intensity Proton Synchrotron using High Permeability Magnetic Alloy” Proc. of EPAC98, page 299-301, 1998
- [8] M.Yoshii, “Present status of J-PARC ring RF systems”, Proc. of PAC07 (2007)
- [9] C. Ohmori et.al., “Development of a high gradient rf system using a nanocrystalline soft magnetic alloy”, Phys. Rev. STAB. 16.112002 (2013)
- [10] P.B. Wilson, AIP Conf. Proc. 87, 452 (1981)
- [11] J.E.Griffin, AIP Conf. Proc. 87, 564 (1981)
- [12] F. Pederson, IEEE trans. NS-32, 2138 (1985)
- [13] M. Yamamoto et.al., “Simulation of longitudinal beam manipulation during multi-turn injection in J-PARC RCS”, Nucl. Instr. And Meth. PRA-621, p.15-32 (2010)
- [14] F. Tamura et.al., “Longitudinal painting with large amplitude second harmonic rf voltages in the rapid cycling synchrotron of the Japan Proton Accelerator Research Complex”, Phys. Rev. STAB. 12.041001 (2009)
- [15] F. Tamura et.al., Multiharmonic rf feedforward system for beam loading compensation in wide-band cavities of a rapid cycling synchrotron,” Phys. Rev. STAB. 14, 051004 (2011)
- [16] F. Tamura et.al., “Multiharmonic rf feedforward system for compensation of beam loading and periodic transient effects in magnetic alloy cavities of a proton synchrotron”, Phys. Rev. STAB. 16.051002 (2013)
- [17] F. Tamura et.al., “Development of next generation LLRF control system for J-PARC rapid cycling synchrotron”, Proc. Int. Beam Instr. Conf. (2017)
- [18] Y. Sugiyama et.al., “Longitudinal Mode-by-Mode Feedback System for The J-PARC Main Ring”, Proc. Int. Beam Instr. Conf. 2017, p.225-228, (2017)
- [19] F. Pedersen and F. Sacherer, “Theory and Performance of the Longitudinal Active Damping System for the CERN PS Booster,” IEEE Trans. Nucl. Sci., vol. 24, no. 3, pp. 1396–1398, (1977)